



# Épreuve finale Cahier de solutions



Concours  
*Opti-Math 2020*



UNIVERSITÉ  
LAVAL

Faculté  
des sciences  
et de génie

# Comité d'élaboration des épreuves

## *Responsable*

Martin Salesses

École secondaire Camille-Lavoie

# Comité de rédaction

## *Rédaction d'items*

Guy Breton

Retraité

Geanina Craciun

École secondaire Henri-Dunant

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire Polybel

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

Mathilde Loïsele-Davidson

C.S. du Lac Témiscamingue

Félicia Postoronca

École secondaire Paul-Gérin-Lajoie

Keven Poulin

Collège Sainte-Anne de Lachine

Audrey Savard

École secondaire De Mortagne

## *Sélection d'items*

Jean-Daniel Gagnon

Séminaire Marie-Reine-du-Clergé

Martin Salesses

École secondaire Camille-Lavoie

## *Révision et correction*

Claude Boucher

École secondaire Marcellin-Champagnat

Guy Breton

Retraité

Nathalie Demers

École secondaire De Rochebelle

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire Polybel

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

Daniel Ouellet

École du Mistral

## Situation 1

## La chasse aux Pokémons

---

---

Le 3<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer que Benoît habite à Chambly.

Le 6<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer qu'Anne possède 10 *Poké balls*.

Le 7<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer que Charlotte a attrapé un *Fantominus*.

Le 1<sup>er</sup> énoncé permet de déterminer par déduction que David possède 65 *Poké balls* et habite à Beloeil.

Le 8<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer par déduction que Benoît possède 85 *Poké balls*.

Le 4<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer par déduction qu'Anna a attrapé un *Roucool* et habite à Laval.

Les 5<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> énoncés permettent de déterminer par déduction que David a attrapé un *Nidoran*.

Le 2<sup>e</sup> énoncé permet de déterminer par déduction que Benoît a attrapé un *Ponyta*.

### Réponses :

Nom de l'ami	Nom du <i>Pokémon</i>	Ville	Nombre de <i>Poké balls</i>
Anna	<i>Roucool</i>	Laval	10
Benoît	<i>Ponyta</i>	Chambly	85
Charlotte	<i>Fantominus</i>	Montréal	40
David	<i>Nidoran</i>	Beloeil	65

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse.

Enlever 1 point pour chaque information erronée selon le tableau ci-dessus (nom du *Pokémon*, ville et nombre de *Poké balls*).

**Situation 2****Les bactéries**

a)

Nombre de jours écoulés	Nombre de bactéries au début de la journée	Nombre de bactéries éliminées	Nombre de bactéries à la fin de la journée
0	30	5	25
1	$25 \times 2 = 50$	$5 \times 2 = 10$	40
2	$40 \times 2 = 80$	$10 \times 2 = 20$	60
3	$60 \times 2 = 120$	$20 \times 2 = 40$	80
4	$80 \times 2 = 160$	$40 \times 2 = 80$	80
5	$80 \times 2 = 160$	$80 \times 2 = 160$	0

**Réponse :** L'antibiotique aura éliminé toutes les bactéries après 5 jours.

b)

Nombre de jours écoulés	Nombre de bactéries au début de la journée	Nombre de bactéries éliminées	Nombre de bactéries à la fin de la journée
0	20	4	16
1	32	8	24
2	48	16	32
3	64	32	32
4	64	64	0

La colonne «Nombre de bactéries éliminées» doit être complétée en premier. Il s'agit de diviser par 2 le nombre de bactéries éliminées lors de la dernière journée (64) pour trouver celui de la veille (32), et ainsi de suite.

Si 64 bactéries ont été éliminées lors de la dernière journée, c'est qu'il y avait 64 bactéries au début de cette journée. Par conséquent, il y avait la moitié des bactéries (32) à la fin de la journée précédente. En sachant que 32 bactéries ont été éliminées lors de la 3<sup>e</sup> journée, nous pouvons déduire qu'il y avait 64 bactéries au début de cette 3<sup>e</sup> journée.

En appliquant cette stratégie jusqu'au jour 0, nous trouverons qu'il y avait 20 bactéries au début de l'expérience.

**Réponse :** Il y avait 20 bactéries au début de l'expérience.

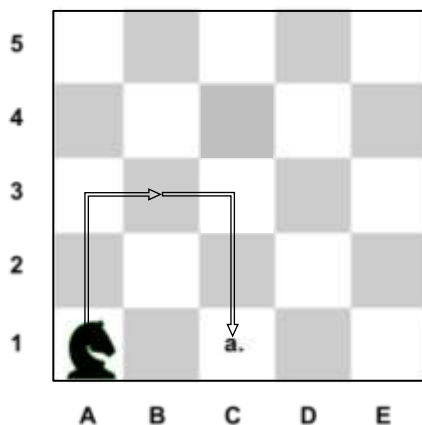
**Barème :** a) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
b) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

### Situation 3

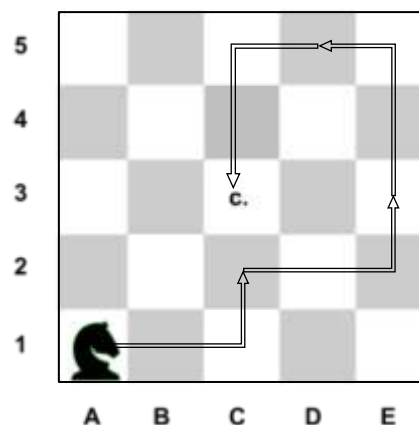
### *Le cavalier voyageur*

**Réponse :** Voici des exemples de chemins possibles.

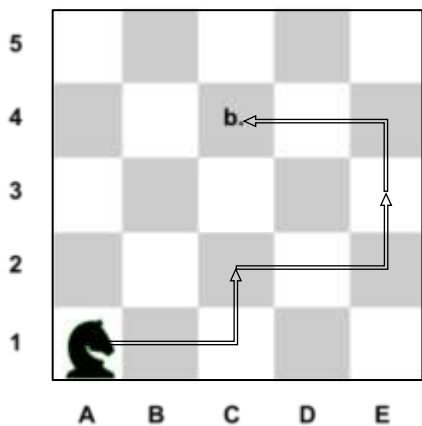
a) Un minimum de **2** mouvements est nécessaire pour déplacer le cavalier jusqu'à la case C1.



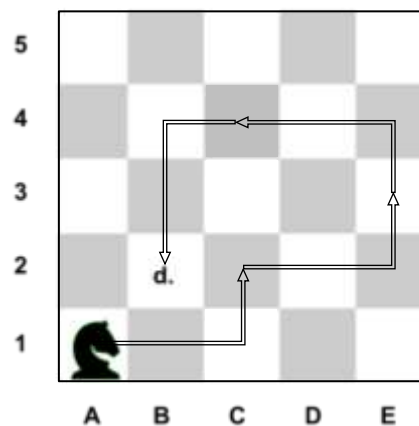
c) Un minimum de **4** mouvements est nécessaire pour déplacer le cavalier jusqu'à la case C3.



b) Un minimum de **3** mouvements est nécessaire pour déplacer le cavalier jusqu'à la case C4.



d) Un minimum de **4** mouvements est nécessaire pour déplacer le cavalier jusqu'à la case B2.



**Barème :** a) Accorder 2 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
b) Accorder 2 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
c) Accorder 3 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
d) Accorder 3 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

a)

Unités de temps	Conversion en secondes	Nombre de secondes
45 secondes	Ne s'applique pas	45
41 minutes	$41 \text{ minutes} \times 72 \frac{\text{secondes}}{\text{minute}}$	2 952
28 heures	$28 \text{ heures} \times 48 \frac{\text{minutes}}{\text{heure}} \times 72 \frac{\text{secondes}}{\text{minute}}$	96 768
17 jours	$17 \text{ jours} \times 32 \frac{\text{heures}}{\text{jour}} \times 48 \frac{\text{minutes}}{\text{heure}} \times 72 \frac{\text{secondes}}{\text{minute}}$	1 880 064
7 mois	$7 \text{ mois} \times 24 \frac{\text{jours}}{\text{mois}} \times 32 \frac{\text{heures}}{\text{jour}} \times 48 \frac{\text{minutes}}{\text{heure}} \times 72 \frac{\text{secondes}}{\text{minute}}$	18 579 456
3 ans	$3 \text{ ans} \times 10 \frac{\text{mois}}{\text{an}} \times 24 \frac{\text{jours}}{\text{mois}} \times 32 \frac{\text{heures}}{\text{jour}} \times 48 \frac{\text{minutes}}{\text{heure}} \times 72 \frac{\text{secondes}}{\text{minute}}$	79 626 240
Total		100 185 525

**Réponse :** Sur Terre, le phénomène astronomique durerait 100 185 525 secondes.

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad (12\,542 \text{ ans } 6 \text{ mois } 19 \text{ jours } 27 \text{ heures } 36 \text{ minutes } 50 \text{ secondes}) \\
 + \quad (3 \text{ ans } 7 \text{ mois } 17 \text{ jours } 28 \text{ heures } 41 \text{ minutes } 45 \text{ secondes}) \\
 \hline
 (12\,546 \text{ ans } 4 \text{ mois } 13 \text{ jours } 24 \text{ heures } 30 \text{ minutes } 23 \text{ secondes})
 \end{array}$$

**Réponse :** Le prochain phénomène débutera à la 23<sup>e</sup> seconde de la 30<sup>e</sup> minute, de la 24<sup>e</sup> heure, du 13<sup>e</sup> jour, du 4<sup>e</sup> mois, de l'an 12 546.

$$\begin{array}{r}
 \text{c)} \quad \begin{array}{r} \phantom{12\,541} \phantom{16} \phantom{18} \phantom{26} \phantom{84} \\ 58 \\ 12\,541 \quad 16 \quad 18 \quad 26 \quad 84 \end{array} \\
 (12\,542 \text{ ans } 6 \text{ mois } 19 \text{ jours } 27 \text{ heures } 36 \text{ minutes } 50 \text{ secondes}) \\
 - \quad (3 \text{ ans } 7 \text{ mois } 17 \text{ jours } 28 \text{ heures } 41 \text{ minutes } 45 \text{ secondes}) \\
 \hline
 (12\,538 \text{ ans } 9 \text{ mois } 1 \text{ jour } 30 \text{ heures } 43 \text{ minutes } 5 \text{ secondes})
 \end{array}$$

**Réponse :** Le phénomène précédant avait débuté à la 5<sup>e</sup> seconde de la 43<sup>e</sup> minute, de la 30<sup>e</sup> heure, du 1<sup>er</sup> jour, du 9<sup>e</sup> mois, de l'an 12 538.

**Barème :** a) Accorder 2 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 b) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 c) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

On calcule la vitesse moyenne de marche de Martin en km/h :

$$\frac{400 \text{ m}}{5 \text{ min}} = \frac{4800 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 4,8 \text{ km/h}$$

On calcule le temps pour l'autobus A : 3 h 33 min

- Temps d'attente : 12 min
- Temps en autobus : 2 h 6 min

$$\frac{20 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{42 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 126 \text{ min}$$

- Temps à la marche : 1 h 15 min

$$\frac{4,8 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{6 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 75 \text{ min}$$

- Temps total : 12 min + 2 h 6 min + 1 h 15 min = 3 h 33 min

On calcule le temps pour l'autobus B : 3 h 31 min 30 s

- Temps d'attente : 20 min
- Temps en autobus : 2 h 9 min

$$\frac{20 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{43 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 129 \text{ min}$$

- Temps à la marche : 1 h 2 min 30 s

$$\frac{4,8 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{5 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 62,5 \text{ min}$$

- Temps total : 20 min + 2 h 9 min + 1 h 2 min 30 s = 3 h 31 min 30 s

On calcule le temps pour l'autobus C : 3 h 32 min

- Temps d'attente : 30 min
- Temps en autobus : 2 h 12 min

$$\frac{20 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{44 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 132 \text{ min}$$

- Temps à la marche : 50 min

$$\frac{4,8 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{4 \text{ km}}{? \text{ min}} \quad ? = 50 \text{ min}$$

- Temps total : 30 min + 2 h 12 min + 50 min = 3 h 32 min

**Réponse :** Martin doit prendre l'autobus **B** et il lui faudra **3 h 31 min 30 s** pour arriver le plus tôt possible à sa destination.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Accorder 3 points pour avoir calculé le temps pour l'autobus A (3 h 33 ou 213 min).

Accorder 3 points pour avoir calculé le temps pour l'autobus B (3 h 31 30 s ou 211,5 min).

Accorder 3 points pour avoir calculé le temps pour l'autobus C (3 h 32 ou 212 min).

Accorder 1 point pour avoir identifié correctement l'autobus le plus rapide (**B**).

a) Il est possible de déterminer le nombre de carrés de la 6<sup>e</sup> figure par dénombrement.

La 6<sup>e</sup> figure possèdera...

- ... 36 carrés dont les côtés mesurent 1 unité,
- ... 25 carrés dont les côtés mesurent 2 unités,
- ... 16 carrés dont les côtés mesurent 3 unités,
- ... 9 carrés dont les côtés mesurent 4 unités,
- ... 4 carrés dont les côtés mesurent 5 unités,
- ... 1 carré dont les côtés mesurent 6 unités, pour un total de 91 carrés.

**Réponse :** La 6<sup>e</sup> figure de cette suite sera formée de 91 carrés au total.

b) Il est également possible de déterminer la régularité de cette suite. Pour calculer le nombre de carrés de la  $n^{\text{e}}$  figure, il s'agit d'ajouter  $n^2$  carrés à ceux de la figure précédente, soit la  $(n - 1)^{\text{e}}$  figure.

Rang de la figure dans la suite	Nombre total de carrés	Nombre de carrés ajoutés
1 <sup>re</sup>	1	
2 <sup>e</sup>	5	+ 4 ( $2^2$ )
3 <sup>e</sup>	14	+ 9 ( $3^2$ )
4 <sup>e</sup>	30	+ 16 ( $4^2$ )
5 <sup>e</sup>	55	+ 25 ( $5^2$ )
6 <sup>e</sup>	91	+ 36 ( $6^2$ )
7 <sup>e</sup>	140	+ 49 ( $7^2$ )
8 <sup>e</sup>	204	+ 64 ( $8^2$ )
9 <sup>e</sup>	285	+ 81 ( $9^2$ )
10 <sup>e</sup>	385	+ 100 ( $10^2$ )
11 <sup>e</sup>	506	+ 121 ( $11^2$ )
12 <sup>e</sup>	650	+ 144 ( $12^2$ )
13 <sup>e</sup>	819	+ 169 ( $13^2$ )
14 <sup>e</sup>	1015	+ 196 ( $14^2$ )
15 <sup>e</sup>	1240	+ 225 ( $15^2$ )

**Réponse :** La 15<sup>e</sup> figure de cette suite sera formée de 1240 carrés au total.

**Barème :** a) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
b) Accorder 6 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.



Énoncé 1) «Si les deux équipes travaillaient ensemble, ils finiraient le projet en 6 jours.»

Énoncé 2) «Si les deux équipes travaillaient ensemble durant les deux premiers jours, l'équipe A aura besoin de 10 jours supplémentaires pour terminer seule le reste du projet.»

Selon l'énoncé 1, lorsque les deux équipes travaillent ensemble, elles accomplissent  $\frac{1}{6}$  du projet à chaque jour.

Selon l'énoncé 2, les deux équipes accompliraient le  $\frac{1}{3}$  du projet durant les deux premiers jours car :

$$\frac{1}{6} \frac{\text{projet}}{\text{jour}} \times 2 \text{ jours} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ projet}$$

Ainsi, l'équipe A devrait réaliser les  $\frac{2}{3}$  du projet à elle seule en 10 jours. Nous pouvons en déduire le nombre de jours nécessaires à l'équipe A si elle travaillait seule tout au long du projet :

$$10 \text{ jours} \div \frac{2}{3} \text{ projet} = 15 \frac{\text{jours}}{\text{projet}}$$

Avec cette donnée, nous pouvons conclure que l'équipe A travaille à une vitesse de  $\frac{1}{15} \frac{\text{projet}}{\text{jour}}$ .

Grâce à l'énoncé 1, nous pouvons déduire que l'équipe A réaliserait les  $\frac{2}{5}$  du projet à elle seule en 6 jours car :

$$\frac{1}{15} \frac{\text{projet}}{\text{jour}} \times 6 \text{ jours} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ projet}$$

Donc, l'équipe B réaliserait les  $\frac{3}{5}$  du projet du projet à elle seule en 6 jours. Il est maintenant possible de calculer sa vitesse de travail :

$$6 \text{ jours} \div \frac{3}{5} \text{ projet} = 10 \frac{\text{jours}}{\text{projet}}$$

**Réponses :** Si elle travaillait seule, l'équipe A réaliserait le projet en **15** jours.  
Si elle travaillait seule, l'équipe B réaliserait le projet en **10** jours.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 5 points pour avoir calculé le nombre de jours travaillés par l'équipe A ou l'équipe B si elle travaillait seule (15 ou 10 jours).

## Situation 8

## Le mur de briques mathématiques

Étant donné que le nombre 1 est au centre et touche à 3 sommes de trois nombres, il faut 3 paires de nombres additionnés ensemble qui donnent la même somme :

### Premier essai

Jumelons le plus grand nombre (9) avec le plus petit nombre (2), le deuxième plus grand nombre (8) avec le deuxième plus petit nombre (3), et ainsi de suite.

Nous obtenons  $9+2=11$ ,  $8+3=11$  et  $7+4=11$ . À ces sommes ajoutons le nombre 1, ce qui donne une somme de 12. Impossible d'équilibrer le mur car la somme est trop petite.

### Deuxième essai

Gardons les nombres 9, 8 et 7 pour chaque paire. Par contre, prenons trois chiffres un peu plus grands, soit 3, 4 et 5, pour compléter les paires.

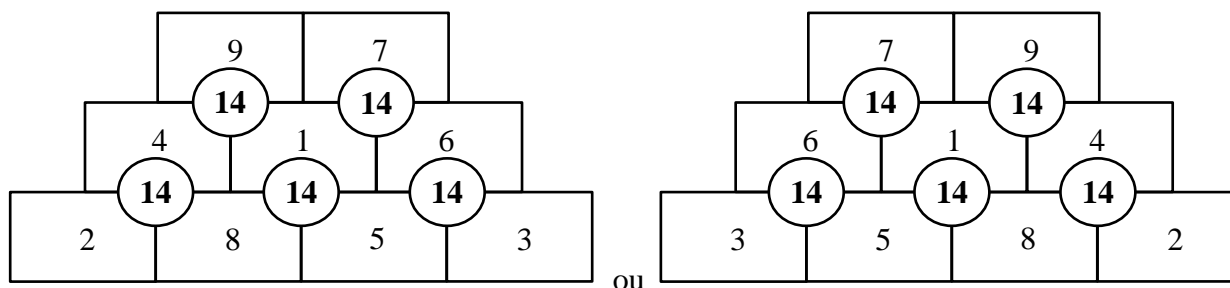
Nous obtenons  $9+3=12$ ,  $8+4=12$  et  $7+5=12$ . La somme des 3 briques donne 13. Impossible d'équilibrer le mur.

### Troisième essai

Jumelons maintenant les nombres 9, 8 et 7 avec les nombres 4, 5 et 6.

Nous obtenons  $9+4=13$ ,  $8+5=13$  et  $7+6=13$ . Il est possible d'équilibrer le mur où les sommes sont toutes égales à 14. La symétrie est acceptée.

**Réponse :** La symétrie est acceptée.



**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse.

**Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 1.**

## Situation 9

## Les vitesse de vélo

a) Circonférence des roues :  $C = \pi \times d = 3,14 \times 0,7 \text{ m} = 2,198 \text{ m}$

Le développement de la 1<sup>re</sup> vitesse sera donné par le plus petit rapport entre le nombre de dents du plateau et celui du pignon, soit 42/30. Quant au développement de la 6<sup>e</sup> vitesse, il sera donné par le plus grand rapport, soit 50/20.

$$D_v = \frac{\text{Nombre de dents du plateau entouré par la chaîne}}{\text{Nombre de dents du pignon entouré par la chaîne}} \times \text{Circonférence de la roue}$$

Développement de la 1<sup>re</sup> vitesse :  $D_v = \frac{42 \text{ dents}}{30 \text{ dents}} \times 2,198 \text{ m} = 3,0772 \text{ m}$

Développement de la 6<sup>e</sup> vitesse :  $D_v = \frac{50 \text{ dents}}{20 \text{ dents}} \times 2,198 \text{ m} = 5,495 \text{ m}$

Différence entre les développements :  $(5,495 - 3,0772) \text{ m} = 2,4178 \text{ m}$

**Réponse :** La différence de développement entre la 1<sup>re</sup> et la 6<sup>e</sup> vitesse de ce vélo est de **2,42** m.

b) Circonférence des roues :  $C = 3,14 \times 0,8 \text{ m} = 2,512 \text{ m}$

Il s'agit de déterminer le rapport de dents qui donne un développement de 5,2752 m.

$$\begin{aligned} \frac{\text{Nombre de dents du plateau entouré par la chaîne}}{\text{Nombre de dents du pignon entouré par la chaîne}} &= D_v \div \text{Circonférence de la roue} \\ &= 5,2752 \text{ m} \div 2,512 \text{ m} \\ &= 2,1 \end{aligned}$$

Il sera plus facile de transformer ce rapport en fraction, pour ensuite trouver les fractions équivalentes dont les dénominateurs sont les nombres de dents possibles du pignon.

$$2,1 = \frac{21}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{21}{10} = \frac{42}{20} = \frac{50,4}{24} = \frac{63}{30}$$

Le rapport 42/20 est le seul rapport possible.

**Réponse :** À cette vitesse, la chaîne entoure le pignon à **20** dents et le plateau à **42** dents.

**Barème :** a) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 4 points pour avoir calculé le développement de la 1<sup>re</sup> vitesse **et** celui de la 6<sup>e</sup> vitesse (3,0772 m et 5,495 m).  
Accorder 2 points pour avoir calculé le développement de la 1<sup>re</sup> vitesse **ou** celui de la 6<sup>e</sup> vitesse (3,0772 m ou 5,495 m).  
Ne pas pénaliser l'élève qui n'a pas arrondi correctement sa réponse.  
b) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 2 points pour avoir calculé le rapport du nombre de dents (2,1 ou 21/10 ou une fraction équivalente).

## Situation 10

## Le parc

Somme de l'aire des parties A et B avec celle des parties B et C :  $(696 + 840) \text{ m}^2 = 1536 \text{ m}^2$

Nous remarquons que l'aire de la partie B a été calculée deux fois. Pour trouver l'aire de cette partie, nous soustrayons l'aire des parties A, B et C de l'aire calculée ci-haut.

$$\text{Aire de la partie B : } (1536 - 1416) \text{ m}^2 = 120 \text{ m}^2$$

Pour trouver l'aire de la partie A, il s'agit de soustraire l'aire de la partie B de celle des parties A et B.

$$\text{Aire de la partie A : } (696 - 120) \text{ m}^2 = 576 \text{ m}^2$$

$$\text{Mesure d'un côté de la partie A : } A = c^2 \quad \text{donc} \quad c = \sqrt{A} = \sqrt{576 \text{ m}^2} = 24 \text{ m}$$

Le côté de la partie A et la longueur des parties B et C sont de même mesure. Nous pouvons calculer la largeur des parties B et C à l'aide de l'aire de cette dernière.

$$\text{Largeur de la partie B : } A = L \times l \quad \text{donc} \quad l = \frac{A}{L} = \frac{120 \text{ m}^2}{24 \text{ m}} = 5 \text{ m}$$

Pour trouver l'aire de la partie C, il s'agit de soustraire l'aire des parties A et B de celle des parties A, B et C.

$$\text{Aire de la partie C : } (1416 - 696) \text{ m}^2 = 720 \text{ m}^2$$

$$\text{Largeur de la partie C : } l = \frac{720 \text{ m}^2}{24 \text{ m}} = 30 \text{ m}$$

Nous avons maintenant les dimensions des parties A, B, et C nécessaires pour calculer le coût de la clôture.

$$\text{Longueur de la zone clôturée rectangulaire : } (8 + 24 + 5 + 30 + 8) \text{ m} = 75 \text{ m}$$

$$\text{Largeur de la zone clôturée rectangulaire : } (8 + 24 + 8) \text{ m} = 40 \text{ m}$$

$$\text{Longueur de la clôture : } (2 \times 75 + 2 \times 40) \text{ m} = 230 \text{ m}$$

$$\text{Coût de la clôture : } 230 \text{ m} \times 12,50 \frac{\$}{\text{m}} = 2875 \$$$

**Réponse :** Le coût de la clôture posée autour du parc sera de **2875** \$.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 9 points pour avoir calculé la longueur de la clôture (230 m).  
Accorder 7 points pour avoir calculé la mesure des largeurs des parties B et C (5 m et 30 m).  
Accorder 5 points pour avoir calculé la mesure d'un côté de la partie A (24 m).  
Accorder 3 points pour avoir calculé la mesure de l'aire de la partie B (120 m<sup>2</sup>).

**Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 2.**

## Situation 11

## Une histoire de moyenne

a) Soit  $x$  le nombre de points obtenus par Bruno sur 80 points. Ainsi, les notes des élèves peuvent être représentées selon  $x$ .

$$\begin{aligned} \text{Bruno :} & \quad x \\ \text{Mireille :} & \quad x - 4 \\ \text{Ann-Julie :} & \quad (x - 4) + 20 = x + 16 \\ \text{Carl :} & \quad 2x - 32 \\ \text{David :} & \quad \frac{x + 16}{2} = \frac{x}{2} + 8 \end{aligned}$$

$$\text{Moyenne sur 80 :} \quad 74\% \times 80 = 59,2$$

$$\text{Équation de la moyenne :} \quad \frac{x + (x - 4) + (x + 16) + (2x - 32) + \left(\frac{x}{2} + 8\right)}{5} = 59,2$$

$$\frac{11x}{2} - 12 = 59,2$$

$$\frac{11x}{2} - 12 = 296$$

$$\frac{11x}{2} = 308$$

$$11x = 616$$

$$x = 56$$

En sachant la note de Bruno, il est maintenant possible de calculer la note de chaque élève.

$$\begin{aligned} \text{Bruno :} & \quad 56 \\ \text{Mireille :} & \quad 56 - 4 = 52 \\ \text{Ann-Julie :} & \quad 56 + 16 = 72 \\ \text{Carl :} & \quad 2 \times 56 - 32 = 80 \\ \text{David :} & \quad \frac{56}{2} + 8 = 36 \end{aligned}$$

Prénom	Note sur 80	Note sur 100
Bruno	56	70
Mireille	52	65
Ann-Julie	72	90
Carl	80	100
David	36	45

**Réponse :**

Note des élèves				
Bruno	Mireille	Ann-Julie	Carl	David
<b>70 %</b>	<b>65 %</b>	<b>90 %</b>	<b>100 %</b>	<b>45 %</b>

b) Les notes des cinq élèves du groupe initial ne sont pas nécessaires. Si  $x$  représente la somme des notes sur 100 du groupe de cinq élèves avant l'arrivée de Francine, on a :

$$\text{Équation de la moyenne sur 100 avant l'arrivée de Francine : } \frac{x}{5} = 74$$

$$x = 370$$

Équation de la moyenne sur 100 après l'arrivée de Francine :

$$\frac{x + \text{note sur 100 de Francine}}{6} = 76$$

$$370 + \text{note sur 100 de Francine} = 456$$

$$\text{note sur 100 de Francine} = 86$$

**Réponse :** La note de Francine est **86** %.

**Barème :** a) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Enlever 1 point pour chaque note erronée.

Accorder 4 points si les notes des cinq élèves sont sur 80 (56, 52, 72, 80 et 36).

Enlever 1 point pour chaque note erronée.

b) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Accorder 2 points pour avoir calculé la somme des notes sur 100 du groupe avant **et** après l'arrivée de Francine (370 et 456).

Accorder 1 point pour avoir calculé la somme des notes sur 100 du groupe avant **ou** après l'arrivée de Francine (370 ou 456).

Ne pas pénaliser l'élève qui n'a pas arrondi correctement ses réponses.

---

---

Les nombres peuvent avoir la forme :

- 2019ABCD
- A2019BCD
- AB2019CD
- ABC2019D
- ABCD2019

Les lettres A, B, C et D peuvent avoir les valeurs des chiffres  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , en tout 10 chiffres.

Pour le premier cas, nous avons :  $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$  nombres.

Pour les 4 autres cas, le « A » ne peut pas avoir la valeur de 0. Donc, il y a  $9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9\,000$  nombres.

Comme le nombre 20192019 a déjà été compté au premier cas, nous ne devons pas le compter pour le dernier cas. Donc, il y a  $9\,000 - 1 = 8\,999$  nombres.

Donc, nous avons  $10\,000 + 3 \times 9\,000 + 8\,999 = 45\,999$  nombres qui contiennent la séquence « 2019 ».

**Réponse :** Il y a **45 999** nombres à 8 chiffres qui contiennent exactement la séquence « 2019 ».

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 7 points si l'élève a répondu 46 000.  
Accorder 3 points si l'élève a répondu 50 000 ou 49 999.